Шифр М-10-2

Бланк регистрации

Фамилия, Имя, Отчество Заинчковская Мария Витальевна

Класс 10 „А"

Образовательная организация МБОУ „Классическая школа" г. Гурьевска

Название предмета математика

№ аудитории 60

Дата проведения олимпиады 04.12.2020

ШИФР М-10-2

Задание 10.1

$f(x^2+y)=f(x)+f(y^2)$

1. Представим -1

$-1=(x^2+y)-2(x^2+y)$

2. Подставим в равенство

$f((x^2+y)-2(x^2+y))=(f(x)+f(y^2))-2(f(x)+f(y^2))=$

$=f(x)+f(y^2)-2f(x)-2f(y^2)=-f(x)-f(y^2)=-(f(x)+f(y^2))$

Ответ: $f(-1)=-(f(x)+f(y^2))$

Задание 10.2

1) ~~1.~~ ~~Вн~~ 1. Преобразуем неравенство.

$x^2y+y^2z+z^2x \geq x^2z+y^2x+z^2y$

$x^2y-x^2z+y^2z-y^2x+z^2x-z^2y \geq 0$

$x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y) \geq 0$

2. Число в 2-ой степени всегда больше либо равно 0.

2) Это значит, что мы можем не обращать на него внимания. Получим, что

$(y-z)+(z-x)+x-y \geq 0$

$y-z+z-x+x-y \geq 0$

Всё взаимно уничтожается и получается

$0 \geq 0$

3) Из этого следует, что неравенство будет выполнятся при любом x, y, z.

ШИФР М-10-2

Задание 10.3

1) Преобразуем

$$a^2b^2(a^2b^2+4)=2(a^6+b^6)$$

$$a^4b^4+4a^2b^2-2a^6-2b^6=0$$

$$(a^4b^4-2a^6)+(4a^2b^2-2b^6)=0$$

$$(a^2b^2-a^3\sqrt{2})(a^2b^2+a^3\sqrt{2})+(2a^2b^2-b^3\sqrt{2})(2a^2b^2+b^3\sqrt{2})=0$$

2) Решим ур-е:

Т.к. сумма равна нулю, то

$$\begin{cases}(a^2b^2-a^3\sqrt{2})(a^2b^2+a^3\sqrt{2})=0\\(2a^2b^2-b^3\sqrt{2})(2a^2b^2+b^3\sqrt{2})=0\end{cases}$$

3) Теперь либо в 1-ой, либо во 2-ой скобке должен получится 0

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}(a^2b^2-a^3\sqrt{2})=0\\a^2b^2+a^3\sqrt{2}=0\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}2a^2b^2-b^3\sqrt{2}=0\\2a^2b^2+b^3\sqrt{2}=0\end{array}\right.\end{cases}\qquad\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a^2(b^2-a\sqrt{2})=0\\a^2(b^2+a\sqrt{2})=0\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}a^2(2b^2-b\sqrt{2})=0\\a^2(2b^2+b\sqrt{2})=0\end{array}\right.\end{cases}$$

4) Т.к. a^2 может быть рациональным числом, то отбросим его и получим

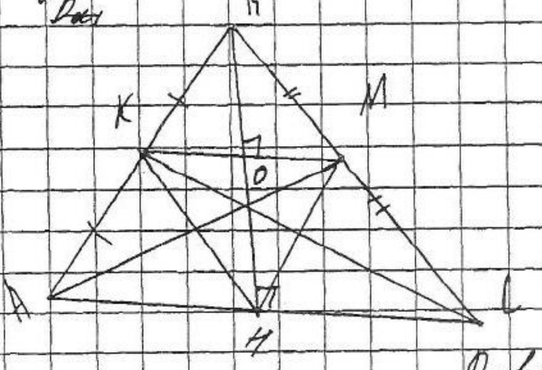
$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}b^2-a\sqrt{2}=0\\b^2+a\sqrt{2}=0\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}2b^2-b\sqrt{2}=0\\2b^2+b\sqrt{2}=0\end{array}\right.\end{cases}\qquad\begin{cases}\left[\begin{array}{l}b^2=a\sqrt{2}\\b^2=-a\sqrt{2}\text{ — нет действит. решений}\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}b(2b-\sqrt{2})=0\\b(2b+\sqrt{2})=0\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=\dfrac{b^2}{\sqrt{2}}\\\left[\begin{array}{l}b(2b-\sqrt{2})=0\\b(2b+\sqrt{2})=0.\end{array}\right.\end{cases}$$

Мы получили, что a всегда будет иррациональным числом.

ШИФР М-10-2

Задание 10.4



Дано:
$\triangle ABC$
BH - высота
AM и CK - медианы.

Д-ть: $\triangle KHM \sim \triangle ABC$

Д-во:

1. Т.к. CK и AM - медианы, то $AK = KB$ и $BM = MC \Rightarrow KM$ ~~средняя~~ $\Rightarrow KM$ - средняя линия $\triangle ABC$
2. Т.к. KM - средняя линия $\triangle ABC$, то $KM \parallel AC$
3. $\angle BHC = \angle BOM$ как соответственные при $KM \parallel AC$ и сек. BH
4. Т.к. $AK = KB$ и $KM \parallel AC$, то KO - средняя линия $\triangle ABH$, значит $BO = OH$

~~5. △BMO и △MOH.~~

5. Т.к. $\angle BOM = 90°$, то $\angle BOM = \angle MOH = \angle HOK = \angle KOB = 90°$
6. $\triangle BMO$ и $\triangle MOH$:

OM - общая
$BO = OH$
$\angle BOM = \angle MOH$
$\Rightarrow \triangle BMO = \triangle MOH$ (по 2-м сторонам и углу)

$\triangle BOK$ и $\triangle KOH$:

OK - общая
$BO = OH$
$\angle KOB = \angle KOH$
$\triangle BOK = \triangle KOH$ (по 2-м сторонам и углу между ними)

7. Т.к. $\triangle BMO = \triangle MOH$ и $\triangle BOK = \triangle KOH$ и $\triangle KBM = \triangle KBO + \triangle OBM$ и $\triangle KMH = \triangle KOH + \triangle HOM$, то

$\triangle KBM = \triangle MHK$

8. Т.к. $KM \parallel AC$, то KM образует подобный треугольник с треугольником ABC. ($\triangle KBM \sim \triangle ABC$)
9. $\triangle KBM = \triangle MHK$, значит $\triangle MHK \sim \triangle ABC$

ч.т.д.

Задание 10.5

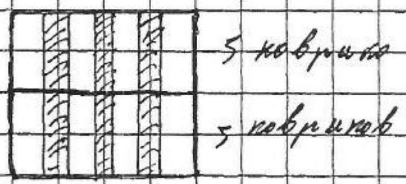
~~1) Посчитаем сколько клеток займут коврики~~

~~$(13-1) \cdot 2 = 24$~~

~~2) Да~~

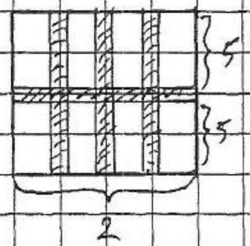
1) Если просто разложить коврики по площади в один слой, то ~~мы и~~ фигурально используем 8 ковриков, но у них образуются стыки, из-за которых испортится пол.

2) Но если мы положим в ряд по 5 ковриков, то один коврик ляжет под другой и стыков не образуется.



Штриховкой отмечены места, где коврики в два слоя. Мы использовали 10 ковриков.

3) Остались ~~ще~~ ещё стыки. ~~Пол~~ Положим ещё 2 коврика по середине.



Теперь стыков нет, и бригада использовала 12 ковриков. Пол не испортится