Шифр М-11-3

Бланк регистрации

Фамилия, Имя, Отчество Федосеев Григорий Николаевич

Класс 11 „А"

Образовательная организация МБОУ „Классическая школа" г. Гурьевска

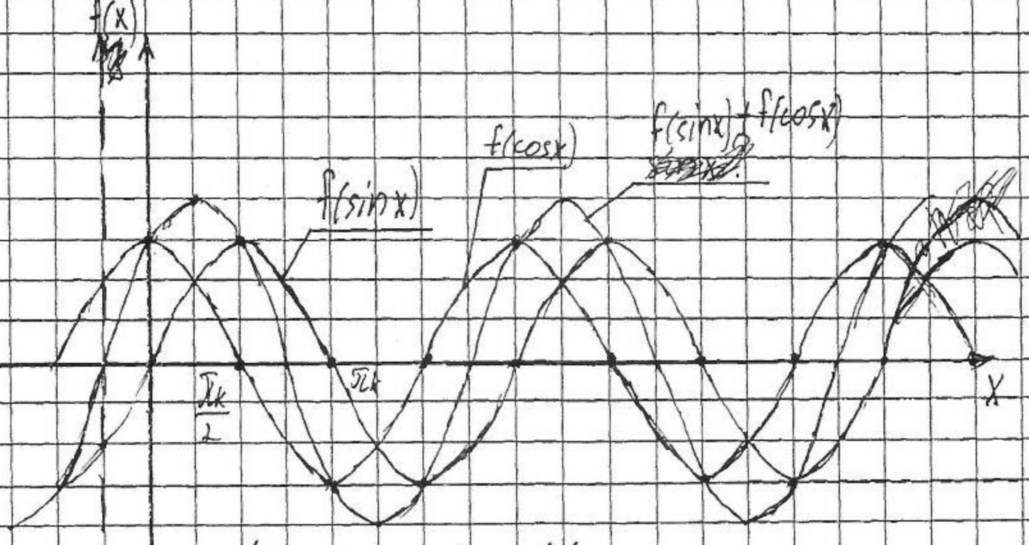
Название предмета Математика

№ аудитории 60

Дата проведения олимпиады 04.12.2020

ШИФР М-11-3

№1



~~k∈Z~~ $k \in N$

Представим функции f(sinx) и f(cosx) в виде графиков синусоиды и косинусоиды. Теперь построим граф сложения этих функций f(sinx)+f(cosx). Сместим начало координат так, чтобы график f(sinx)+f(cosx) соответствовал синусоиде. Заметим, что при этом графики f(sinx) и f(cosx) сместились на $\frac{\pi k}{4}$ влево относительно изначальных графиков. Т.к. f(sinx)+f(cosx) – синусоида, то f(x) при f(sinx)+f(cosx) = sinx

существует. Ответ: существует.

№2

Т.к. количество клеток квадрата 2021x2021 нечётное, то кол-во 1 и -1 будет различно. Следовательно одно из множеств будет нечётно, а другое

ШИФР М-11-3

№2 (продолжение)

чётно. При нечётном кол-ве -1 условие данное нам, не соблюдается. При чётном же кол-ве -1 будет образовываться ситуация дизбаланса ⇒ кол-во положительных и отрицательных произведений всегда будет различно ⇒ ⇒ их сумма не может равняться 0.

Ч.Т.Д.

№3

Для того чтобы произведения полученных чисел оказалось нечётным, нужно чтобы рядо не находились 2 чётных или 2 нечётных числа, т.к. их разность будет чётной, а следовательно и всё произведение ⇒ ~~А т.к.~~ они должны чередоваться один через один. А т.к. кол-во углов в 17-ти угольнике нечётное, то рядом всегда окажутся либо 2 чётных, либо 2 нечетных числа, чего быть не может.

Ответ: не могло.

№4

Дано:

OA и OB - касательные и радиусы для окружности с центром (·) O.

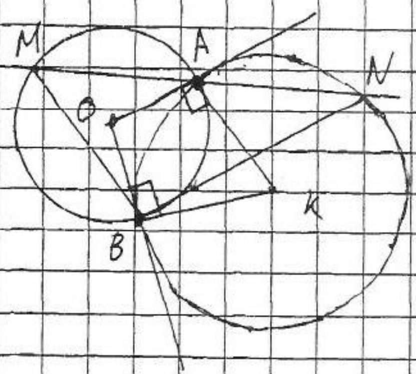
Доказать: $MB \perp NB$

2

ШИФР М-11-3

N4(продолжение)

Решение.



Рассмотрим AKBO.

K-центр второй окружности

~~AK⊥OA~~ $\angle OAK=90^\circ$, т.к. KA-радиус в точку касания.

$\angle OBK=90^\circ$, т.к. KB-радиус в точку касания. $\Rightarrow$ $\angle AOB+\angle AKB=180^\circ$.

Рассмотрим $\triangle MNB$.

$\angle NMB=\frac{1}{2}\angle AOB$; т.к. $\angle AOB$-центральный угол, а $\angle NMB$-вписанный и они опираются на одну дугу.

$\angle MNB=\frac{1}{2}\angle AKB$; т.к. $\angle AKB$-центральный угол, а $\angle MNB$-вписанный и они опираются на одну дугу.

Из выше написанного: $2\angle NMB+2\angle MNB=180^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle NMB+\angle MNB=90^\circ$; ~~$\triangle$~~ по сумме углов треугольника $\angle MBN=180^\circ-\angle NMB-\angle MNB=180^\circ-90^\circ=90^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow MB\perp NB$

Ч.Т.Д.

N5

$$\frac{1}{3+1^2}+\frac{1}{3+2^2}+\frac{1}{3+3^2}+\frac{1}{3+4^2}+\dots+\frac{1}{3+n^2}<\frac{4}{5}$$

$\frac{4}{5}=0,8$; значит числа последовательности знаменатель которых >100 значительно не влияют на конечный результат. Поэтому рассмотрим сумму

2

первых 10-ти членов последовательности. Заметим, что она даёт результат $< \frac{2}{3} \approx 0{,}667 \Rightarrow$ сумма оставшихся членов гораздо меньше этой $\Rightarrow$ сумма всех членов последовательности меньше $\frac{4}{5}$.
Ч. Т. Д.

$\boxed{5}$